Numerische Bahnberechnung für Apophis

Die Erdbegegnung am 13 April 2029 und ihre Unsicherheit

Retzlaff · Proto
Datenabruf und Berechnung am 28. November 2026

Ergebnis und Aussagekraft

Die ausgeführte Mehrkörperintegration ergibt für Apophis am 13. April 2029 einen kleinsten Abstand von 38.011,36 km zum Erdmittelpunkt. Die engste Begegnung liegt bei 21:45:03,56 UTC, entsprechend 23:45:03,56 MESZ unter der gegenwärtigen Zeitregelung. Die kürzeste Entfernung des Asteroidenschwerpunkts zum WGS84-Ellipsoid beträgt zu diesem Zeitpunkt 31.638,19 km. Der Vorbeiflug ist nach dieser Rechnung und der fortgerechneten Beobachtungsunsicherheit sicher von einer Erdkollision getrennt.

Der Bericht dokumentiert eine eigene numerische Fortrechnung, einen ausführbaren Datenrefresh, die Berechnung der Unsicherheit und maßstäbliche Darstellungen. Der beobachtungsbasierte Anfangszustand und seine Kovarianz stammen aus JPLs Bahnlösung. Die Bahn von Apophis wird danach numerisch integriert. Es wird keine neue Bahnschätzung aus den einzelnen optischen und Radar-Beobachtungen vorgenommen. Diese Abgrenzung ist wesentlich für die Bewertung der Unabhängigkeit.

Größe	Ergebnis der eigenen Rechnung
Ereignis	13. April 2029, 21:45:03,56 UTC*
Kleinster geozentrischer Abstand	38.011,36 km
WGS84-Höhe am geozentrischen Minimum	31.638,19 km
Geozentrische Geschwindigkeit	7,422543 km/s
Formale Unsicherheit des Mindestabstands	1σ = 1,093 km; 3σ = 3,278 km
Formale Unsicherheit des Zeitpunkts	1σ = 0,03911 s
Abweichung des Mindestabstands von Horizons	+11,56 m
Größte Änderung im Konvergenztest	0,090 m im Mindestabstand

* Die UTC-Umrechnung setzt die mitgelieferte Schaltsekundentabelle voraus. Künftig eingeführte Schaltsekunden ändern die Kalenderzeit um ganze Sekunden, nicht die berechnete physikalische Begegnung. Die Nachkommastellen sind Rechenwerte; die beobachtungsbedingte Unsicherheit ist deutlich größer als die reine numerische Streuung. [2, 3, 9]

1 Datenbasis und Aktualität

Ein frischer Abruf ist nicht mit einer frischen Beobachtung gleichzusetzen. Der Abruf am 28. November 2026 lieferte die JPL-Bahnlösung 220 vom 25. Juni 2024. Die letzte in dieser Lösung verwendete Beobachtung stammt vom 9. April 2022. Die heutige Güte der Prognose beruht damit auf der aktuellen veröffentlichten Auswertung eines älteren Beobachtungsbogens. Das Aktualisierungsprogramm speichert diese Datenstände getrennt. [1]

Merkmal	Verwendeter Stand
Objekt	(99942) Apophis, 2004 MN4; SPK-ID 20099942
JPL-Lösung	220; Lösungsdatum 2024-06-25 10:48:08

Merkmal	Verwendeter Stand
Beobachtungsbogen	2004-03-15 bis 2022-04-09; 6.599 Tage
Beobachtungszahlen	7.370 Datensätze; zusätzlich ausgewiesen: 20 Radar-Laufzeiten und 30 Dopplermessungen
Epoche der Kovarianz	JD 2459215,5 TDB, 1. Januar 2021
Epoche der aktuellen SBDB-Elementtabelle	JD 2461200,5 TDB, 9. Juni 2026
Kovarianz	8 × 8; e, q, tp, Ω, ω, i, A_1, A_2
JPL-Referenzmodell	DE441 / SB441-N16
Eigene Störkörper-Ephemeriden	DE440 und SB441-N16; geprüfte Originalpolynom-Ausschnitte

Die unterschiedlichen Element- und Kovarianzepochen dürfen nicht vermischt werden. Die Rechnung beginnt deshalb an der Kovarianzepoche 2021. Der Anfangszustand wird aus einer geometrischen Horizons-Vektorausgabe für genau diese Epoche übernommen. Positions- und Geschwindigkeitsvektoren sind baryzentrisch, auf den ICRF-Rahmen bezogen und weder um Lichtlaufzeit noch um Aberration korrigiert. Solche Beobachterkorrekturen wären für ein dynamisches Anfangswertproblem falsch. [1, 2]

Für die Planeten werden kompakte SPK-Ausschnitte vom 1. Januar 2020 bis zum 1. Januar 2031 mitgeliefert. Die Ausschnitte enthalten die ursprünglichen Chebyshev-Datensätze und Quellkommentare. Sie sind keine an wenigen Punkten neu angepassten Ersatzbahnen. In 4.020 Vergleichen der 30 Körper beziehungsweise SPK-Beziehungen an 134 Epochen waren die ausgeschnittenen und ursprünglichen SPK-Zustände bitgleich. Gegen das native DE440-Format betrug die größte gesondert geprüfte Zustandsdifferenz etwa einen Millimeter. Diese Kernelkontrolle betrifft die Störkörper, nicht die Unsicherheit von Apophis.

2 Dynamisches Modell

Integrierte Größe und Störkörper

Apophis wird als masseloser Testkörper behandelt. Seine Rückwirkung auf Sonne und Planeten ist für die hier benötigte Bahngenauigkeit vernachlässigbar. Die Orts- und Geschwindigkeitsvektoren der störenden Körper stammen aus den Ephemeriden; nur der Apophis-Zustand wird fortgerechnet. Das Modell berücksichtigt Sonne, Merkur, Venus, Erde, Mond, Mars, Jupiter, Saturn, Uranus, Neptun, Pluto sowie die 16 massiven Asteroiden des SB441-N16-Modells. Erde und Mond sind getrennte Körper; das Erde-Mond-Baryzentrum wird nicht zusätzlich als Masse gezählt. [4, 7]

In baryzentrischer Schreibweise besteht die Beschleunigung aus der newtonschen Anziehung aller Störkörper und kleineren Zusatztermen. Die Kurzform der verwendeten Bewegungsgleichung lautet:

$$\ddot{r} = \sum_j \mu_j \frac{r_j - r}{|r_j - r|^3} + a_{EIH} + a_{J2,\odot} + a_{J2,\oplus} + a_{NG}$$

Dabei bezeichnet μ_j den jeweiligen Gravitationsparameter GM. Die Rechnung verwendet die konsistenten GM-Konstanten der Ephemeriden und ersetzt diese nicht durch gerundete Lehrbuchwerte. Die numerischen Einheiten sind astronomische Einheit und Tag; die astronomische Einheit ist mit 149.597.870,7 km angesetzt. Für Tabellen und Ereignisbestimmung werden die Zustände in Kilometer und Kilometer pro Sekunde umgerechnet.

Relativität und Abplattung

Die relativistischen Korrekturen werden mit der Einstein-Infeld-Hoffmann-Formulierung für elf Quellen berechnet: Sonne, Planeten einschließlich Pluto und Mond. Hinzu kommen das solare J_2 und das irdische J_2. Die höheren irdischen zonalen Terme J_3 und J_4 werden auf null gesetzt, da die aktuelle Horizons-Lösung ausdrücklich ein Erdmodell 2 × 0 ausweist. Die Softwarebasis ist ASSIST 1.2.3 mit REBOUND 4.6.0. [4, 12]

Das eigene Modell ist dennoch nicht identisch mit dem internen JPL-Propagator. Die eigene Planetenephemeride ist DE440, während Horizons DE441 ausweist. In der verwendeten ASSIST-Implementierung liegt die feste Achse des irdischen J_2 auf der ICRF-z-Achse; der Term hat keine zusätzliche Entfernungsabschaltung. Horizons nennt dagegen eine Aktivierungsgrenze von 1 au. Die Erdorientierungsprognose für die Darstellung des Globus und die WGS84-Höhe wird davon getrennt behandelt. Die verbleibende Modellabweichung wird durch den direkten Vektorvergleich gemessen, nicht durch eine behauptete Identität verdeckt.

Strahlungsdruck und thermische Beschleunigung

Die JPL-Lösung enthält zwei geschätzte nichtgravitative Parameter. A_1 beschreibt die radiale Zusatzbeschleunigung; A_2 beschreibt die transversale Komponente, in der hier insbesondere die thermische Rückstoßwirkung erfasst wird. Die Richtungen werden aus dem heliozentrischen Orts- und Geschwindigkeitszustand gebildet. Ein dritter, normaler Parameter ist in dieser Lösung nicht geschätzt und wird mit null angesetzt. Der von JPL vorgegebene Abstandsfaktor ist invers quadratisch. [1, 12]

$$a_{NG} = \left(\frac{1\ au}{r_\odot}\right)^2 \left(A_1 e_r + A_2 e_t\right), A_3 = 0$$

Parameter	Wert	Einheit
A_1	$+5{,}000000000 \times 10^{-13}$	au/Tag²
A_2	$-2{,}901766637 \times 10^{-14}$	au/Tag²
Standardabweichung A_1	$4{,}892 \times 10^{-13}$	au/Tag²
Standardabweichung A_2	$1{,}859 \times 10^{-16}$	au/Tag²
Abstandsmodell	ALN = 1; NK = 0; NM = 2; R_0 = 1 au	JPL-Modellparameter

Die kleine momentane Größe dieser Kräfte rechtfertigt nicht, sie über einen achtjährigen Integrationsbogen wegzulassen. Ihre Wirkung sammelt sich vor der Begegnung in der Phase der Bahn an und wird durch die Erdnähe in eine deutlich andere Begegnungsgeometrie umgesetzt. Der gezielte Vergleich mit weggelassenen Kraftanteilen wird in Abschnitt 6 quantifiziert.

3 Numerische Integration und Ereignisbestimmung

Die Bewegungsgleichungen werden mit IAS15, einem adaptiven Gauß-Radau-Verfahren 15. Ordnung, integriert. Die konkrete Konfiguration lautet $\varepsilon = 10^{-12}$ und minimale Schrittweite 0,0005 Tage, entsprechend 43,2 Sekunden. Entscheidend ist die nach dem Anlegen des ASSIST-Objekts gesetzte Schrittweitensteuerung PRS23 mit adaptive_mode = 2. ASSIST setzt andernfalls den älteren globalen Regler ein; dieser führte bei eng benachbarten Unsicherheitsbahnen zu einer unbrauchbar kleinen Schrittweite. Die Umstellung ändert die Schrittwahl, nicht die Kräfte. [5, 6]

Das angegebene ε ist eine Steuergröße des Integrators und keine garantierte relative Genauigkeit des gesamten Vorbeiflugs. Die Zuverlässigkeit folgt aus Konvergenztests und Referenzvergleichen. Insbesondere wurden ε-Werte von 10^{-9} bis 10^{-13} und minimale Schrittweiten von 21,6 bis 86,4 Sekunden

geprüft. Nach dieser Prüfung ist keine weitere Verkleinerung des ε-Werts als Genauigkeitsgewinn begründet.

Der Mindestabstand wird nicht als kleinster Eintrag einer Zeitreihe gesucht. Stattdessen wird zunächst bis kurz vor der Begegnung integriert und anschließend die Nullstelle der radialen Relativgeschwindigkeit mit einer eingeklammerten Brent-Suche bestimmt. Mit ρ = rApophis − rErde und vrel = vApophis − vErde gilt:

$$F(t) = \rho(t) \cdot v_{rel}(t) = 0$$

$$\frac{dF}{dt} = |v_{rel}|^2 + \rho \cdot a_{rel} > 0$$

Das zweite Kriterium kennzeichnet das lokale Minimum. Für jeden Auswertungspunkt der Ereignissuche wird aus einem gespeicherten Zustand unmittelbar vor der Begegnung neu integriert. Die julianischen Zeiten werden intern als Tage relativ zu J2000 geführt. Die Umrechnung in SPICE-Ephemeridenzeit erfolgt aus diesem kleinen relativen Wert; unnötige Subtraktionen großer julianischer Zahlen werden damit vermieden.

Für die eigentliche Unsicherheitsrechnung werden 1.024 Stichproben sowie 16 symmetrische Differenzzustände gemeinsam bis in ein vier Sekunden breites Fenster um das Ereignis integriert. Erst innerhalb dieses kurzen Fensters kommt ein kubischer Hermite-Interpolant aus Position und Geschwindigkeit zum Einsatz. Jede Stichprobe erhält eine eigene Nullstelle und einen eigenen Mindestabstand. Die nominale lokale Auswertung unterscheidet sich von der gesonderten direkten Ereignisintegration um 0,055 m im Abstand und etwa eine Mikrosekunde in der Zeit; diese Differenz ist im Ergebnisprotokoll enthalten.

4 Ergebnis des nahen Vorbeiflugs

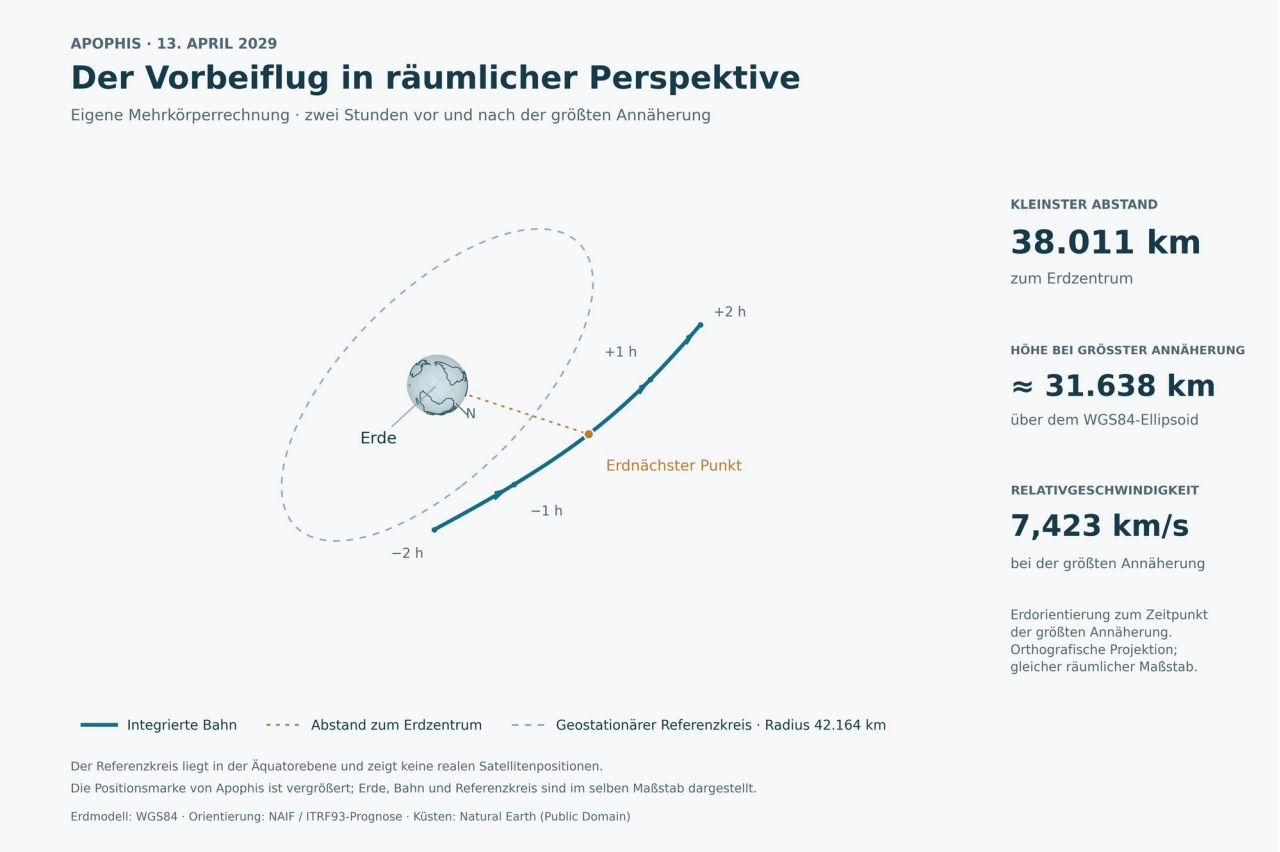

Abbildung 1. Räumliche, orthografische Darstellung der selbst integrierten Bahn. Erde, Bahn und geostationärer Referenzkreis verwenden denselben Längenmaßstab. Der Apophis-Marker ist vergrößert. Die Erdausrichtung ist eine NAIF-Prognose für das Ereignis, keine bereits gemessene Orientierung des Jahres 2029.

Der nominelle Perigäumsabstand beträgt 38.011,357356 km. Eine sachgerechte gerundete Angabe ist etwa 38.011,4 km; für den Vergleich der Rechenverfahren sind mehr Stellen gespeichert. Die geozentrische Geschwindigkeit erreicht am Ereignis 7,422543 km/s. Der Asteroid wird durch die Erde beschleunigt und abgelenkt, bleibt aber auf einer ungebundenen geozentrischen Passage.

Definition	Wert
Geozentrischer Ereigniszeitpunkt TDB	2029-04-13 21:46:12,746239
Geozentrischer Ereigniszeitpunkt UTC*	2029-04-13 21:45:03,560607
JD TDB des Ereignisses	2462240.4070919706
Minimaler Abstand zum Erdmittelpunkt	38.011,357356 km
Kürzeste WGS84-Höhe zu diesem Zeitpunkt	31.638,189802 km
Radialer Abstand zur WGS84-Oberfläche	31.638,211167 km
Separates Minimum der WGS84-Höhe	31.638,188624 km
Zeit des Höhenminimums relativ zum geozentrischen Minimum	-1,417 s

Die Definition der Höhe macht bei hohen Genauigkeitsansprüchen einen Unterschied. Die geodätische Höhe ist der kürzeste Abstand des Punktes zum abgeplatteten Referenzellipsoid. Der radiale Abstand wird dagegen entlang der Verbindungslinie zum Erdmittelpunkt gemessen. Hier unterscheiden sich beide Größen um rund 21 m. Das minimale geozentrische r und die minimale Ellipsoidhöhe treten ebenfalls nicht exakt gleichzeitig auf: Das Höhenminimum liegt etwa 1,42 Sekunden früher, ist aber nur rund 1,18 m

niedriger. Relief, Meeresoberfläche und die eigene räumliche Ausdehnung von Apophis sind in diesen Schwerpunktabständen nicht enthalten. [8, 10]

Die geographische Zuordnung liegt beim geozentrischen Minimum ungefähr bei 28,8° nördlicher Breite und 43,1° westlicher Länge. Diese Angabe dient zur räumlichen Orientierung. Sie hängt von der extrapolierten Erdrotation und von der genauen Definition des Fußpunkts ab. Deshalb werden keine metergenauen geographischen Koordinaten als gesichert ausgegeben.

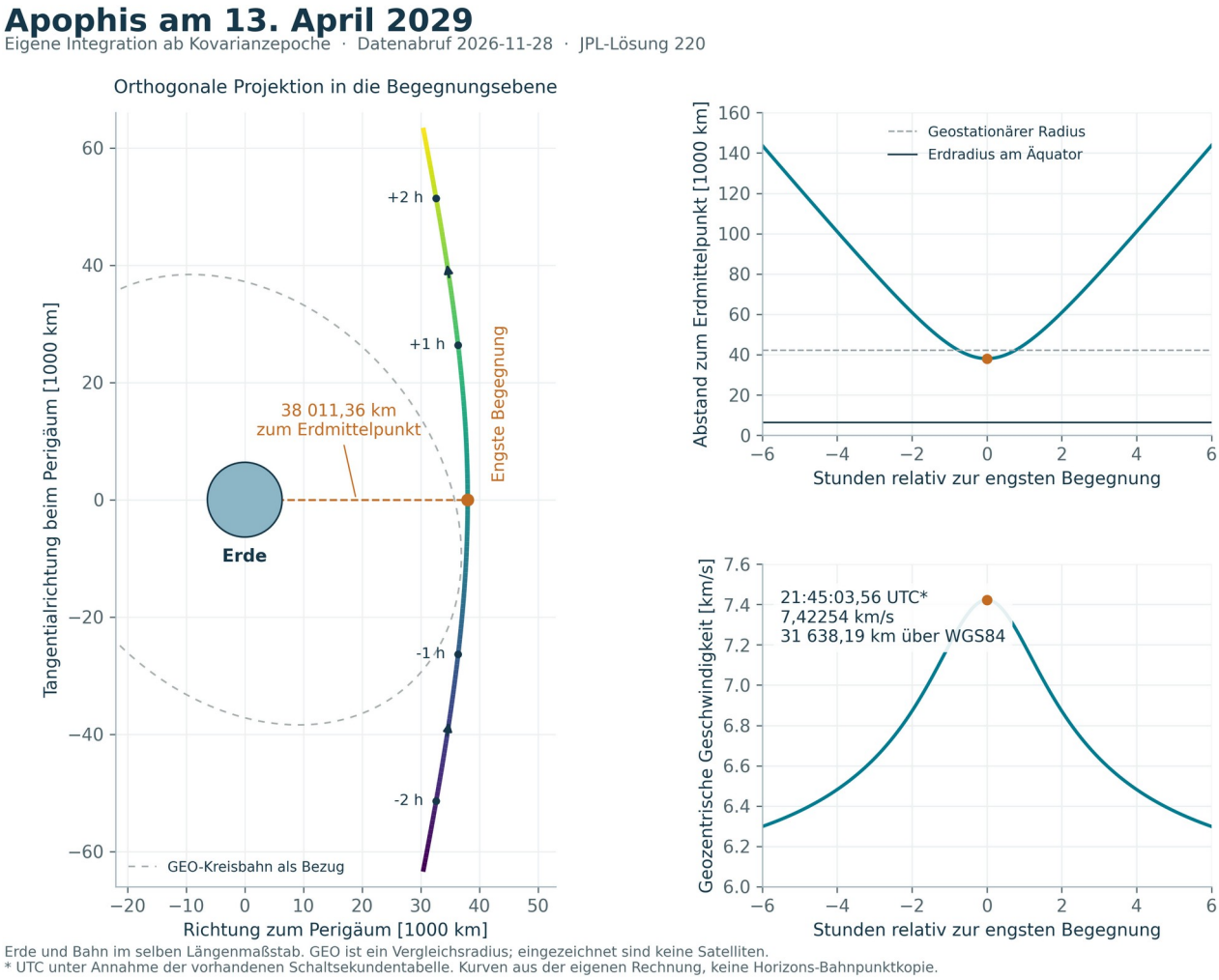

Abbildung 2. Maßstäbliche Projektion in die lokale Begegnungsebene sowie Abstand und Geschwindigkeit als Funktion der Zeit. Die Kurven stammen aus der eigenen Integration. Der GEO-Kreis ist eine geometrische Referenz und keine Darstellung realer Satellitenpositionen.

Der Abstand zum Erdmittelpunkt fällt unter den geostationären Radius von etwa 42.164 km. Daraus folgt keine Kollision mit einem geostationären Satelliten: Der Referenzkreis liegt in der Äquatorebene, und die Raumpositionen der Satelliten sind hier nicht Bestandteil des Modells. Im Perigäum befindet sich Apophis deutlich außerhalb dieser Ebene.

Als anschauliche Zweikörper-Näherung ergeben sich aus dem berechneten r und v eine hyperbolische Überschussgeschwindigkeit von 5,8414 km/s, ein asymptotischer Stoßparameter von etwa 48.301 km und eine Ablenkung von etwa 27,19°. Diese Zusatzgrößen sind aus dem momentanen Erd-Zweikörperproblem abgeleitet. Der eigentliche Bahnverlauf wird weiterhin mit dem vollständigen Mehrkörpermodell berechnet.

5 Fortrechnung der Unsicherheit

Vollständige Kovarianz statt unabhängiger Fehlerbalken

Die acht Fitparameter sind stark korreliert. Beispielsweise sind die Unsicherheiten von Exzentrizität und Periheldistanz sowie von Knotenlänge und Perihelargument nahezu gegeneinander gerichtet. Auch A_1 ist mit den Bahnelementen korreliert. Ein unabhängiges Ziehen aller acht Parameter aus ihren Einzel-Standardabweichungen würde eine andere Verteilung erzeugen als die veröffentlichte Bahnlösung. Deshalb wird die vollständige 8 × 8-Kovarianz unverändert verwendet.

Wegen der sehr verschiedenen Einheiten wird zunächst mit der Diagonalmatrix D der Standardabweichungen standardisiert. Die Korrelationsmatrix R wird per Cholesky-Zerlegung faktorisiert. Für normalverteilte Zufallsvektoren z entstehen die Parameterstichproben nach:

$$C_\theta = D\,R\,D,\; R = L\,L^T,\; \theta = \theta_0 + D\,L\,z,\; z \sim N(0, I)$$

Die Korrelationsmatrix ist positiv definit; eine künstliche Reparatur durch das Abschneiden von Eigenwerten wurde nicht vorgenommen. Die Konditionszahl beträgt ungefähr $3{,}43 \times 10^7$. Der Perihelzeitpunkt wird bei der Elementtransformation mit erweiterter Dezimalpräzision behandelt. Die Drehung zwischen J2000-Ekliptik und ICRF verwendet die Horizons-Konvention mit 84.381,448 Bogensekunden Schiefe. Der kleine gemeinsame Rundungsversatz der aus SBDB-Elementen berechneten Nominalbahn wird entfernt, indem nur die differentiellen Stichprobenänderungen auf den präzisen Horizons-Anfangszustand addiert werden.

Der Parameter A_1 hat in dieser Lösung eine Standardabweichung, die nahezu so groß wie sein Nennwert ist. Eine Gauß-Stichprobe kann daher negative A_1-Werte enthalten. Diese Stichproben werden nicht nachträglich auf null gesetzt. Eine solche Beschneidung würde die veröffentlichte gemeinsame Fehlerverteilung verändern und wäre ohne eine neue physikalisch beschränkte Bahnanpassung nicht begründet.

Lineare und stochastische Ergebnisse

Die lineare Fortrechnung verwendet symmetrische Differenzen entlang aller acht Cholesky-Richtungen. Der Differenzenabstand beträgt zehn Standardabweichungen je standardisierter Richtung; nach Division durch den Abstand ergibt sich die lokale Ableitung. Diese Wahl hält numerisches Differenzrauschen klein. Eine gesonderte analytische Ereignislinearisation über δt = −δF/(dF/dt) bestätigt die Zeitunsicherheit. Ergänzend wurden 1.024 vollständige nichtlineare Stichproben mit dem dokumentierten Zufallsstartwert 20261128 integriert.

Größe	Lineare Fortrechnung	Monte Carlo mit 1024 Bahnen
1σ des Mindestabstands	1,092524 km	1,092589 km
1σ des Begegnungszeitpunkts	0,03910628 s	0,03884412 s
Abstandsintervall ±3σ	38.008,080 bis 38.014,635 km	Keine präzise Schätzung äußerster Verteilungsschwänze
Kleinster Abstand in der Stichprobe	Nicht anwendbar	38.007,233 km

Die Übereinstimmung von linearer Rechnung und Monte Carlo zeigt, dass die lokale Fehlerfortpflanzung für diesen Begegnungsfall ausreicht. Die geringfügig verschiedenen Standardabweichungen sind mit der endlichen Stichprobe vereinbar. Die äußeren empirischen Quantile von nur 1.024 Bahnen sind dagegen keine verlässliche Bestimmung sehr seltener Ereignisse. Eine 3σ-Angabe ist hier eine Aussage innerhalb des

angenommenen gaußschen Bahnfehlermodells, keine absolute Begrenzung aller physikalisch denkbaren Störungen.

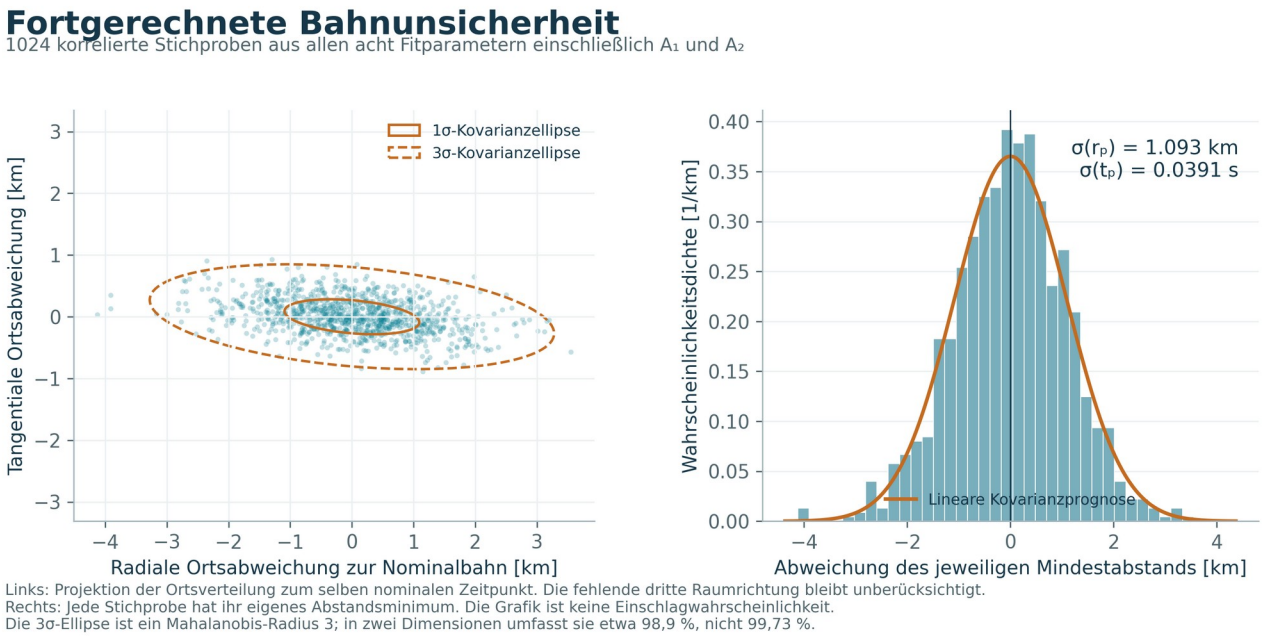

Abbildung 3. Links die projizierte Ortsverteilung zum selben nominalen Zeitpunkt; rechts die Verteilung der jeweils individuell bestimmten Mindestabstände. Die Kovarianzellipsen gehören zu zwei Raumkoordinaten. Eine zweidimensionale 3σ-Ellipse hat einen anderen eingeschlossenen Wahrscheinlichkeitsanteil als ein eindimensionales ±3σ-Intervall.

Als unabhängige Kontrolle der Transformation wurden die kartesischen Standardabweichungen an der Anfangsepoche mit Horizons verglichen. Die relative Abweichung lag unter $2{,}4 \times 10^{-8}$. Nach der Fortrechnung stimmen die festen Ortsunsicherheiten in der Nähe des Ereignisses weiterhin auf etwa 0,01 Prozent mit Horizons überein. Die eigene lineare Standardabweichung des Mindestabstands unterscheidet sich von der aus der SBDB-Nahbegegnungstabelle abgeleiteten Größe um ungefähr 0,006 Prozent. Die Größenordnung der Kilometerunsicherheit wird damit durch mehrere getrennte Rechenwege abgesichert.

6 Numerische und physikalische Prüfungen

Konvergenz und Datenformat

Bei unverändertem physikalischem Modell änderten die geprüften ε-Werte den Mindestabstand höchstens um 0,090 m. Die Änderungen der minimalen Schrittweite zwischen 21,6 und 86,4 Sekunden hatten beim nominalen ε keinen aufgelösten Einfluss auf diesen Wert. Eine separate Prüfung der vollständigen Position an einer festen Epoche ergab eine maximale Streuung von 0,105 m. Diese Tests stützen eine numerische Stabilität im Dezimeterbereich, nicht die Behauptung einer entsprechend genauen Kenntnis der realen Bahn.

ε	Minimale Schrittweite	Änderung des Mindestabstands
1e-09	86,4 s	-0,008 m
1e-11	86,4 s	0,018 m
1e-12	21,6 s	0,000 m
1e-13	43,2 s	-0,090 m
1e-12	86,4 s	0,000 m

Die Massen- und Konstantenprüfung war ein notwendiger Bestandteil der Rechnung. Der unveränderte DE440s-SPK wurde von der verwendeten ASSIST-Version zunächst mit fehlendem Jupiter-GM eingelesen. Ein solcher Lauf kann äußerlich plausible, aber falsche Resultate liefern. Deshalb verwendet die Endfassung ausschließlich den gegen das native Format geprüften Ausschnitt und bricht bei fehlenden oder nichtpositiven Störkörper-GMs ab. Sämtliche 27 GMs des endgültigen Kerns stimmen mit der nativen Referenz überein. Der abgeschlossene nominale Vergleich zwischen SPK und nativem DE440 lag bei gleicher Einstellung innerhalb weniger Millimeter.

Direkter Vergleich der Bahnvektoren

Für die externe Prüfung wurden 98 Zustände aus fünf aktuellen JPL-Tabellen ausgewertet: langfristige Stützstellen ab 2021, tägliche Werte im April 2029, stündliche Werte während der Begegnung und ein engeres Zeitraster am Minimum. Die größte Ortsabweichung innerhalb dieses gesamten Prüfbestands beträgt 115,96 m. Es handelt sich um die Norm der Differenz vollständiger Ortsvektoren. Diese ist aussagekräftiger als ein Vergleich nur der geozentrischen Entfernung.

Referenzraster	Zustände	Größte Ortsdifferenz
Langfristig 2021 bis 2029	12	61,58 m
Täglich 1 bis 15 April 2029	15	115,96 m
Stündlich 13 bis 15 April 2029	49	115,93 m
Innerhalb von zwei Stunden um das Minimum	19	33,99 m

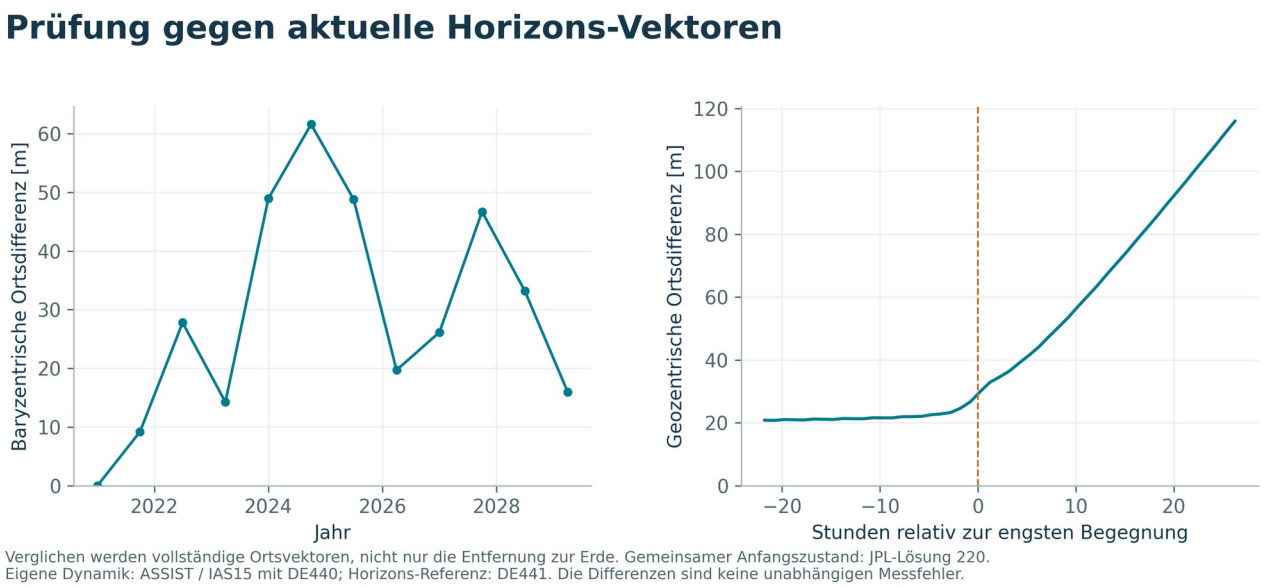

Abbildung 4. Vektordifferenzen zwischen eigener Integration und geometrischer Horizons-Referenz. Der gemeinsame Anfangszustand ist Teil des Prüfdesigns. Dies validiert die Fortrechnung, liefert aber keine von JPL unabhängige Beobachtungsbestätigung.

Der Abstand im eigenen Minimum liegt 11,557 m über dem aus den aktuellen Horizons-Sekundenvektoren ausgewerteten Minimum. Der Ereigniszeitpunkt liegt etwa 3,1 Millisekunden später. Ein erneuter Start mit dem aktuellen Zustand vom November 2026 verschiebt den eigenen Mindestabstand gegenüber dem Start von 2021 um −89,3 m; ein Start am 1. April 2029 verschiebt ihn um −11,4 m. Solche Epochentests zeigen die über den Integrationsbogen angesammelten Unterschiede des eigenen und des JPL-Modells. Sie werden nicht durch nachträgliches Anpassen eines Anfangszustands wegkalibriert.

Unterschiede zwischen zwei JPL-Produkten

Die aktuelle CAD-Nahbegegnungstabelle liefert 38.011,459163 km, die aktuelle geometrische Horizons-Vektorausgabe dagegen 38.011,345799 km. Beide Ausgaben tragen die Lösungsnummer 220. Ihre Differenz beträgt 113,364 m. Sie bleibt auch bestehen, wenn beide Werte direkt auf derselben TDB-Epoche verglichen werden. Sie ist somit kein Artefakt der Umrechnung zwischen UTC und TDB. Die Ursache ist durch die vorliegenden Ausgaben nicht abschließend bestimmt; eine Behauptung über einen Cachefehler oder ein internes JPL-Modell wäre nicht belegt.

Für die detaillierte Validierung wird die vollständige Vektorausgabe verwendet. Die CAD-Daten bleiben als eigenständige Vergleichsquelle im Paket erhalten. Es gibt keine nachträgliche Verschiebung der eigenen Bahn, um eine dieser beiden Referenzen genau zu treffen. Die Abweichung zwischen den Referenzprodukten ist zugleich ein praktisches Argument, die viele Nachkommastellen umfassenden Einzelwerte nicht mit der gesicherten Vorhersagegenauigkeit zu verwechseln.

Einfluss der Modellbestandteile

Die folgenden Versuche entfernen jeweils einen Kraftanteil, lassen aber die Anfangsbedingungen unverändert. Sie zeigen die Sensitivität dieser Fortrechnung über 2021 bis 2029. Die Zahlen sind keine Unsicherheiten der entfernten Kraft und keine Ergebnisse einer neu an Beobachtungen angepassten vereinfachten Bahn.

Weggelassener Beitrag	Änderung des Mindestabstands	Änderung der Zeit
A_1 und A_2	43,184486 km	0,954727 s
Relativistische EIH-Korrekturen	-211,759297 km	-12,290197 s
Abplattung der Erde J_2	0,100068 km	-0,013804 s
16 massive Asteroiden	0,149869 km	-0,018597 s
Abplattung der Sonne J_2	0,096420 km	0,000156 s

Die entscheidende Folgerung ist konkret: Eine reine Keplerellipse oder eine Erde-Sonne-Näherung reicht für die hier geprüfte Genauigkeit nicht. Selbst die zusammengefassten 16 Asteroiden und die solare Abplattung verändern den nominalen Mindestabstand in dieser Versuchsanordnung um etwa hundert Meter. Das Weglassen der relativistischen Korrekturen verschiebt ihn um rund 212 km, das Weglassen von A_1 und A_2 um rund 43 km. Diese Effekte sind über den langen Vorlauf entstanden und werden beim nahen Vorbeiflug sichtbar.

7 Beurteilung der Begegnung und der weiteren Bahn

Die nominale Bahn und ihr formaler Unsicherheitsbereich bleiben mit großem Abstand außerhalb der Erde. Die untere Grenze des linearen 3σ-Intervalls liegt bei etwa 38.008 km vom Erdmittelpunkt. Selbst nach Abzug des größten WGS84-Erdradius bleiben mehr als 31.600 km Abstand. Die numerischen und externen Modellabweichungen im Dezimeter- bis Hektometerbereich ändern diese geometrische Aussage nicht.

Eine Stichprobe ohne Treffer beweist für sich allein keine beliebig kleine Einschlagwahrscheinlichkeit. Das Urteil über den Vorbeiflug stützt sich hier auf die Lage und Breite der fortgerechneten Bahnverteilung und den sehr großen Abstand zur Erde. Es wird keine zusätzliche Zahl wie 10^{-12} für ein Kollisionsrisiko aus 1.024 Stichproben konstruiert. Ebenso wird aus dieser Untersuchung keine eigene Jahrhundertprognose abgeleitet: Sie ist für die Begegnung 2029 validiert.

Die Erde verändert die heliozentrische Bahn deutlich. Zur Illustration wurden aus der selbst integrierten Bahn oskulierende Sonnenelemente für den 1. März und den 1. Juni 2029 berechnet. Das sind momentane Keplerelemente der jeweiligen Zustände, keine Behauptung einer zeitlich konstanten Bahnellipse.

Element	1 März 2029 TDB	1 Juni 2029 TDB
Große Halbachse a	0,922339 au	1,103109 au
Exzentrizität e	0,191204	0,189065
Periheldistanz q	0,745984 au	0,894550 au
Apheldistanz Q	1,098694 au	1,311668 au
Momentane Keplerperiode	323,545 Tage	423,181 Tage
Neigung zur J2000-Ekliptik	3,3419°	2,2211°

Die große Halbachse wechselt damit von weniger als einer astronomischen Einheit zu mehr als einer astronomischen Einheit; die Umlaufperiode verlängert sich deutlich. Die Bedeutung des Vorbeiflugs liegt nicht in einem knappen Vorbeischrammen innerhalb der heutigen Fehlerellipse, sondern in dieser starken Änderung der heliozentrischen Bahn und in der Gelegenheit, einen erdnahen Asteroiden aus kurzer Distanz zu untersuchen.

8 Wiederholung mit neuen Daten

Das Rechenpaket enthält Quellcode, genaue Versionsangaben, die verwendeten Anfangsdaten samt Rohantworten, Metadaten und SHA256-Prüfsummen, kompakte Ephemeridenkerne, die Erdorientierungsdatei, Grafiken und numerische Ergebnisse. Ein Offline-Lauf mit dem beigefügten Stand ist ohne weitere Downloads astronomischer Daten möglich. Der spätere Datenrefresh benötigt eine Internetverbindung zu den dokumentierten JPL-Diensten.

```
python -m venv .venv
# Linux oder macOS
source .venv/bin/activate
python -m pip install -r requirements.txt
python apophis_flyby.py --data data_agent --output results --clones 1024
```

ASSIST enthält C-Code. Falls für die Plattform kein passendes Binärpaket verfügbar ist, wird ein C-Compiler benötigt; auf dem getesteten Linux-System wurde GCC verwendet. Die gespeicherten Anfangszustände der Stichproben erlauben außerdem, den tatsächlich integrierten Input nachzuvollziehen, ohne von der Textdarstellung eines Perihelzeitpunkts oder dem Zufallszahlengenerator einer anderen Plattform abzuhängen.

```
python data_agent/refresh_data.py --output-dir data_agent
python apophis_flyby.py --data data_agent --output results --clones 1024
python make_science_figures.py
python make_earth_figure.py
```

Der Refresh liest die aktuell veröffentlichte SBDB-Lösung einschließlich Kovarianz, die aktuelle CAD-Begegnung und die zugehörigen geometrischen Horizons-Zustände. Er prüft Objekt, Lösungsnummer, Kovarianzepoche, Bezugssystem, Bezugspunkt, Einheiten und Tabellenschema. Neue Antworten werden zunächst separat gespeichert und erst nach erfolgreicher Prüfung übernommen. Unterschiedliche Bahnlösungen werden nicht stillschweigend zusammengemischt. Das heutige Vergleichsdatum wird standardmäßig nach dem Kalender Europe/Berlin bestimmt; der zugehörige Vektor gehört ausdrücklich zu 00:00 TDB dieses Datums.

Die eingebauten Ephemeridenausschnitte gelten nur von 2020 bis Anfang 2031. Wenn eine spätere Kovarianzepoche oder ein gewünschter Auswertezeitpunkt außerhalb dieses Bereichs liegt, müssen passende, erneut geprüfte Kerne bereitgestellt werden. Ebenso erfordert eine Änderung des

veröffentlichten Kraftmodells eine erneute Modellprüfung. Der Refresh aktualisiert keine grundlegende Physik und ersetzt keine fachliche Kontrolle eines geänderten Datenformats. Diese Grenze wird in der Anleitung ausdrücklich benannt.

Datei oder Verzeichnis	Zweck
apophis_flyby.py	Dynamik, Ereignissuche, Kovarianzfortrechnung und Modelltests
covariance_tools.py	Einheitengetreue Transformation und korrelierte Stichproben
earth_geometry.py	Erdorientierung, WGS84-Geometrie und Küstenkoordinaten
data_agent/refresh_data.py	Aktueller, konsistenter JPL-Datenabruf
results/encounter.json	Nominales Ereignis samt Oberflächenabständen
results/uncertainty.json und NPZ	Lineare Fehler, Monte-Carlo-Ergebnisse und Stichproben
results/trajectory.csv	Integrierte Bahn im Zeitraster
results/validation.json	Konvergenz, Kraftauslassung und alternative Anfangsepochen
results/reference_comparison.json	Vektordifferenzen zur aktuellen JPL-Ausgabe
README_DE.md	Installation, Verwendung, Datenherkunft und Grenzen

9 Grenzen der erreichten Genauigkeit

Drei Fehlerarten bleiben getrennt. Erstens beschreibt die Kovarianz die formale Unsicherheit der beobachtungsbasierten JPL-Lösung innerhalb ihres Schätzmodells. Zweitens belegen die Konvergenztests die Stabilität der numerischen Umsetzung. Drittens zeigt der Vergleich mit Horizons die verbleibenden Unterschiede zwischen zwei Propagationen mit gemeinsamen Eingangsdaten. Weder eine kleine Integrationsstreuung noch eine geringe Abweichung von Horizons kann einen gemeinsamen systematischen Fehler der Ausgangsbahnschätzung ausschließen.

Die vorliegende Rechnung modelliert die Schwerpunktsbewegung. Sie berechnet keine Rotation von Apophis, keine Änderungen seiner Oberfläche, keine inneren Spannungen und keinen materialabhängigen Gezeitenzerfall. Änderungen der thermischen Beschleunigung durch eine zukünftige Rotationsänderung werden nicht als neues stochastisches Modell eingeführt. Für spätere Begegnungen nach 2029 müsste dies zusammen mit neuen Beobachtungen und gegebenenfalls Raumsondendaten erneut beurteilt werden.

Auch die Erdorientierung und die bürgerliche Zeit sind Zukunftsprognosen. Die geopositionelle Darstellung verwendet den mitgelieferten NAIF-Erdorientierungskern und das WGS84-Referenzellipsoid. Neue Erdrotationsmessungen können die geographische Zuordnung verschieben. Neue Schaltsekunden können die UTC-Uhrzeit ändern. Diese Fragen betreffen nicht die Existenz des großen Abstandes zur Erde, wohl aber unnötig präzise Orts- und Zeitangaben.

Für die gestellte Aufgabe ist das Resultat belastbar: Der Vorbeiflug 2029 lässt sich aus den jeweils konsistent aktualisierten Daten eigenständig fortrechnen; die nominale Begegnung, die Kilometerbreite ihrer formalen Fehlerverteilung und der große Abstand zur Erde sind durch dokumentierte numerische und externe Prüfungen abgesichert. Darüber hinausgehende Aussagen sind nicht Teil der nachgewiesenen Reichweite dieses Programms.

10 Quellen und Rechenprotokolle

Alle Web- und API-Quellen wurden für diese Ausarbeitung am 28. November 2026 abgerufen. Die Rohantworten und tatsächlichen Query-URLs sind im Datenverzeichnis archiviert. Die Zahlen in den

Ergebnis- und Prüftabellen stammen, soweit nicht ausdrücklich als JPL-Referenz bezeichnet, aus den mitgelieferten eigenen Rechenprotokollen.

[1] JPL Small-Body Database API. Datenmodell, oskulierende Elemente, Modellparameter und vollständige Kovarianz.

https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/sbdb.html

[2] JPL Horizons API. Geometrische Vektoren, Bezugssystem, Zentren und Zeitskalen.

https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/horizons.html

[3] JPL SBDB Close-Approach Data API. Felder jd und cd ausdrücklich in TDB; dist_min und dist_max als 3σ-Werte.

https://ssd-api.jpl.nasa.gov/doc/cad.html

[4] Holman et al 2023. ASSIST: An Ephemeris-quality Test-particle Integrator. The Planetary Science Journal 4, 69.

https://doi.org/10.3847/PSJ/acc9a9

[5] Rein und Spiegel 2015. IAS15: A fast, adaptive, high-order integrator for gravitational dynamics. MNRAS 446, 1424–1437.

https://doi.org/10.1093/mnras/stu2164

[6] REBOUND IAS15 Dokumentation. Integratoreinstellungen und verfügbare adaptive Schrittweitenregler.

https://rebound.hanno-rein.de/integrators/ias15/

[7] JPL Planetary and Lunar Ephemerides. DE440-Planetenkern und SB441-N16-Asteroidenkern; genaue Downloadadressen und Hashes in den Metadaten.

https://ssd.jpl.nasa.gov/planets/eph_export.html

[8] NASA NAIF Earth binary PCK. Erdorientierung und Grenzen langfristiger Prognosen; zusätzlich CSPICE nearpt und pxform.

https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/pck/aareadme.txt

[9] NASA NAIF Leap Seconds Kernel. naif0012.tls und die damit angenommene UTC-TDB-Umrechnung.

https://naif.jpl.nasa.gov/pub/naif/generic_kernels/lsk/naif0012.tls

[10] NGA World Geodetic System 1984. WGS84-Referenzellipsoid mit a = 6378,137 km und 1/f = 298,257223563.

https://earth-info.nga.mil/?dir=wgs84&action=wgs84

[11] Natural Earth. Küstengeometrie im Maßstab 1:110 Millionen, Public Domain.

https://www.naturalearthdata.com/about/terms-of-use/

[12] ASSIST Dokumentation und Quellcode. Konfiguration der Kräfte, EIH-Quellenzahl und nichtgravitative Parameter.

https://assist.readthedocs.io/en/latest/forces/

Anhang A Anfangszustand und Ergebnisvektoren

Die folgenden Werte dokumentieren den tatsächlich verwendeten nominalen Input und erleichtern eine unabhängige Nachrechnung. Der Anfangszustand ist geometrisch, baryzentrisch und ICRF-orientiert; seine

Epoche ist JD 2459215,5 TDB. Der Ereignisvektor ist dagegen geozentrisch. Diese beiden Bezugspunkte dürfen nicht vertauscht werden.

Komponente	Anfangszustand	Einheit
x	-0.41650501692819669	au
y	0.91248599969252442	au
z	0.32927708026873814	au
vx	-0.015082363985880835	au/Tag
vy	-0.0037189326869259574	au/Tag
vz	-0.0017639620534884658	au/Tag

Komponente	Eigener geozentrischer Zustand im Minimum	Einheit
x	-19106.531297325626	km
y	27237.409352708899	km
z	18382.798524037556	km
vx	6.333962860590	km/s
vy	2.388003138414	km/s
vz	3.045077197681	km/s

Der nominale Eingangsvektor ist innerhalb der gespeicherten Genauigkeit direkt aus Horizons übernommen. Die Stichproben verwenden dazu die differentiellen Zustandsänderungen aus den Elementen an derselben Epoche. Die vollständigen 27 Gravitationsparameter, alle Softwareversionen, der Zufallsstartwert, die Integratoreinstellungen und die Eingabedatei-Prüfsummen stehen in run_manifest.json und den Unsicherheitsdateien.